

Post correspondence problemi (PCP);

Her biri, biri altta biri üstte olmak üzere iki string içeren dominolar vardır.

Bir domino aşağıdaki gibidir:

$$\left[\begin{array}{c} a \\ ab \end{array} \right]$$

Bir domino kümesi aşağıdaki gibidir:

$$\left\{ \left[\begin{array}{c} b \\ ca \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} a \\ ab \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} ca \\ a \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} abc \\ c \end{array} \right] \right\}$$

Amaç, dominoları üstteki stringlerle alttaki stringler eşleşecek şekilde listelemektir. Bu listeye eşleşme(match) denir. Bir eşleşme örneği aşağıdaki gibidir:

$$\left\{ \left[\begin{array}{c} a \\ ab \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} b \\ ca \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} ca \\ a \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} a \\ ab \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} abc \\ c \end{array} \right] \right\}$$

Üstteki stringler: abcaaabc

Altta stringler: abcaaabc

Birbirlerine eşittirler.

Bazı domino kümelerinde eşleşme bulmak mümkün değildir. Aşağıdaki gibi:

$$\left\{ \left[\begin{array}{c} abc \\ ab \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} ca \\ a \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} acc \\ ba \end{array} \right] \right\}$$

Üstteki stringlerin hepsi altta karşılık gelen stringlerden uzun olduğundan eşleşme mümkün değildir.

Post correspondence problemi, bir domino kümesinde eşleşme olup olmadığının tespit edilmesidir.

Bu problem algoritmalar tarafından çözülemezdir.

PCP'nin karar verilemez olduğunun ispatı:

$$P = \left\{ \left[\begin{array}{c} t_1 \\ b_1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} t_2 \\ b_2 \end{array} \right], \dots, \left[\begin{array}{c} t_k \\ b_k \end{array} \right] \right\}$$

Eşleşme: $t_{i_1}, t_{i_2}, \dots, t_{i_l} = b_{i_1}, b_{i_2}, \dots, b_{i_l}$ olan i_1, i_2, \dots, i_l 'dir.

$PCP = \{ \langle P \rangle \mid P, \text{ eşleşmesi olan bir PCP örneği} \}$

Herhangi bir M Turing makinesi ve w girdisinden, eşleşmenin w'da M için bir kabul hesaplama geçmişi(accepting computation history) olduğu bir P örneği oluşturulabileceği gösterilir. Eğer örneğin bir eşleşmesi olup olmadığı gösterilebilirse M'nin w'yu kabul edip etmeyeceği de tespit edilebilir.

P'deki dominolar eşleşme olacak şekilde seçilir. Eşleşmede her bir domino, bir konfigürasyondaki konumu sıradaki konfigürasyonda karşılık gelen konumla birleştirir.

İspat

R Turing makinesi, PCP'ye karar versin ve bir Turing makinesine karar veren S'yi oluştursun.

$M=(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{accept}, q_{reject})$ şeklinde bir Turing makinesidir. Bu durumda S, ancak ve ancak

M, w'yu kabul ederse bir eşleşmesi olan bir P örneği oluşturur.